

1.

— — —

13. $0 < a < 1$ $(a-x)x < \frac{1}{a} < 0$ _____
 $1 < x < 2$ $x^2 - mx - 4 < 0$ m _____

14-1. $x^2 - 4x + 2 > a > 0$ $(1, 4)$ a _____

14-2. $x^2 - 2ax + a^2 - 0$ $A = A \cap \{x | 1 < x < 3\}$ a _____

诗句“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，可以形象地说明同一事物从不同角度可能会有不同的认识。在数学的解题中，若能恰当地改变分析问题的角度，往往会有“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”的豁然开朗之感。关于数学问题“对任意 $a \in [-1, 1]$ ，不等式 $x^2 + ax - 2 \leq 0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围”有一种参考答案如下：令 $f(x) = x^2 + ax - 2$ ，因为对任意 $a \in [-1, 1]$ ，不等式 $f(x) \leq 0$ 恒成立，所以 $f(x) \leq 0$ 在 $a = -1$ 和 $a = 1$ 时均成立。即 $x^2 - x - 2 \leq 0$ 且 $x^2 + x - 2 \leq 0$ 。解得 $-2 \leq x \leq 2$ 。所以实数 x 的取值范围是 $[-2, 2]$ 。

14-3

15. $f(x) = \frac{x^2 - ax + 11}{x - 1} (a \in \mathbf{R})$ $x \in \mathbf{N}^*$ $f(x) > 3$ a _____.

16. $x^2 - 8y^2 = \lambda y(x - y)$ $x, y \in \mathbf{R}$ λ _____

17. $(\)^4 + 2^4 + 4^4 + 4^4 + 2^4 \in [0, 1]$ 5

1. $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2ac + 0$ _____ () _____

A $ab - ac$ B $c(b - a) - 0$ C $cb^2 - ab^2$ D $ac(a - c) - 0$

1.

9 $f(2x) = 2f(x)$ ()

A $f(x) = |x|$ B $f(x) = x + |x|$ C $f(x) = 2x - 1$ D $f(x) = x$

9.ABD [A. $f(2x) = |2x| = 2|x| = 2f(x)$ B. $f(2x) = 2x + |2x| = 2(x + |x|) = 2f(x)$ C. $f(2x) = 4x$

1. $2f(x)$ D. $f(2x) = 2x = 2f(x)$]

10. $y = x$ ()

A $y = x^2$ B $y^2 = x$ C $|y| = x$ D $|y| = |x|$ **A** [A

11. $a \in \mathbf{Z}$ $x^2 - 6x + a = 0$ 3 a
 () A 6 B 7 C 8 D 9

11 $y = x^2 - 6x + a$ 关 $x = 3$

11. x 上 $x^2 - 6x + a = 0$ 个 3 $x = 3$

$2^2 - 6 \cdot 2 + a = 0$ $5 < a < 8$ $a \in \mathbf{Z}$ $a = 6, 7, 8$. ABC.

$1^2 - 6 \cdot 1 + a > 0$

12 $ax^2 + bx + c$

13 $0 < a < 1$ $(a-x)x < \frac{1}{a} < 0$ _____

13. $x < a < x < \frac{1}{a}$ [$(x-a)x < \frac{1}{a} < 0$ $0 < a < 1$ $a < \frac{1}{a}$ $a < x < \frac{1}{a}$]

$1 < x < 2$ $x^2 - mx - 4 < 0$ m _____

14. $x \in (1,2)$ $x^2 - mx - 4 < 0$ m _____ (5]

上 $x^2 - mx - 4 < 0$ $x \in (1,2)$

$mx < x^2 - 4$ $x \in (1,2)$ $m < (x - \frac{4}{x})$ $x \in (1,2)$

$y = x - \frac{4}{x}$ $y = x - \frac{4}{x}$ $x \in (1,2)$ $4 < y < 5$ $5 < (x - \frac{4}{x}) < 4$ $m < 5$.

$f(x) = x^2 - mx - 4$ $x \in (1,2)$ $f(x) < 0$ $\Leftrightarrow \begin{matrix} f(1) < 0 \\ f(2) < 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m < 5 \\ m < 4 \end{matrix} \Rightarrow m < 4$.

14-1. $x^2 - 4x + 2 < a > 0$ (1 4) a _____

A. (2) B. (2) C. (6) D. (6)

上 $x^2 - 4x + 2 < a > 0$ (1 4) $a < (x^2 - 4x + 2)_{\max}$

$f(x) = x^2 - 4x + 2$ $x \in (1, 4)$ $f(x) < f(4) = 2$ $a < 2$. A

14-2 $x^2 - 2ax + a - 2 < 0$ A A $\{x | 1 < x < 3\}$ a _____

1 $a < \frac{11}{5}$ [$y = x^2 - 2ax + a - 2$ $x^2 - 2ax + a - 2 < 0$ A A $\{x | 1 < x < 3\}$]

$x^2 - 2ax + a - 2 < 0$

A $\Delta = 4a^2 - 4(a-2) < 0$ $a^2 - a - 2 < 0$ $1 < a < 2$.

$\Delta = 4a^2 - 4(a-2) < 0$ $a - 2 < a < 1$

$1^2 - 2a + a - 2 < 0$ $a < 3$

A $3^2 - 6a + a - 2 < 0$ $a < \frac{11}{5}$ $2 < a < \frac{11}{5}$.

$1 < a < 3$ $1 < a < 3$

$a < 1 < a < \frac{11}{5}$]

14-3

诗句“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，可以形象地说明同一事物从不同角度去看可能会有不同的认识。在数学的解题中，若能恰当地改变分析问题的角度，往往会有“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”的豁然开朗之感。关于数学问题“对任意 $a \in [-1, 1]$ ，不等式 $x^2 + ax - 2 \leq 0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围”，有一种参考解答如下：令 $f(a) = xa + (x^2 - 2)$ ，因为对任意 $a \in [-1, 1]$ ，不等式 $x^2 + ax - 2 \leq 0$ 恒成立，所以 $\begin{cases} f(-1) = x^2 - x - 2 \leq 0, \\ f(1) = x^2 + x - 2 \leq 0, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq x \leq 1$ 。

受上述参考解答的启发，可

$$x_1 = a + 1, x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4a}}{2}, x_3 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 4a}}{2}.$$

15. $f(x) = \frac{x^2 + ax + 11}{x - 1} (a \in \mathbf{R})$ $x \in \mathbf{N}^*$ $f(x) \leq 3$ a _____.

$$x \in \mathbf{N}^* \quad f(x) \leq 3 \quad \frac{x^2 + ax + 11}{x - 1} \leq 3 \quad a \leq x \frac{8}{x} - 3.$$

$$g(x) = x \frac{8}{x} - 3 \quad x \in \mathbf{N}^* \quad g(x) = x \frac{8}{x} - 4\sqrt{2} \quad x \geq 2\sqrt{2} \quad g(2) = 6 \quad g(3) = \frac{17}{3}$$

$$g(2) > g(3) \quad g(x)_{\min} = \frac{17}{3}. \quad x \frac{8}{x} - 3 \geq \frac{8}{3} \quad a \leq \frac{8}{3} \quad a \leq \frac{8}{3}.$$

16. $x^2 + 8y^2 + \lambda y(x - y) \leq 0 \quad x, y \in \mathbf{R} \quad \lambda$ _____

16. $8 \leq \lambda \leq 4$ $[x^2 + 8y^2 + \lambda y(x - y) \leq 0 \quad x, y \in \mathbf{R}]$

$$x^2 + 8y^2 + \lambda y(x - y) \leq 0 \quad x, y \in \mathbf{R} \quad x^2 + \lambda yx + (8 - \lambda)y^2 \leq 0$$

$$\Delta = \lambda^2 y^2 - 4(\lambda - 8)y^2 = y^2(\lambda^2 - 4\lambda + 32) \leq 0$$

$$(\lambda - 8)(\lambda - 4) \leq 0 \quad 8 \leq \lambda \leq 4.$$

17. $() \quad 4^2 + 4^2 + 4^2 \in [0, 1] \quad 5$

$$() \quad 4 - \frac{2}{2} + 4 \quad \frac{2}{2}$$

$$\frac{2}{2} - 1 \quad 2 \quad () \in [0, 1] \quad ()_{\max} \quad (1) \quad 4^2 + 4^2 + 5 \quad 1()$$

$$0 < \frac{2}{2} < 1 \quad 0 < < 2 \quad ()_{\max} \quad \frac{2}{2} \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad \frac{5}{4}.$$

$$\frac{2}{2} - 0 \quad 0 \quad () \in [0, 1] \quad \frac{2}{2} \quad ()_{\max} \quad (0) \quad 4^2 + 4^2 + 5$$

$$5 \quad 1() \quad \frac{5}{4} \quad 5.$$